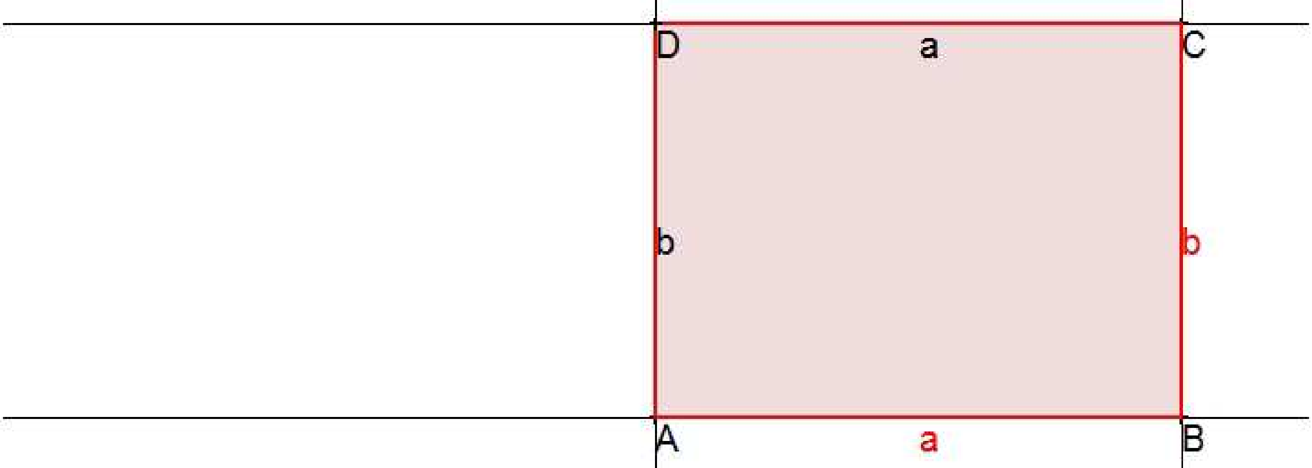
RECHTECK und DREIECK

Version 2.0 © Herbert Paukert

Hinweis:
Das vorliegende Skriptum besteht hauptsächlich aus Kopien aus dem interaktiven Lernprojekt ***paumath.exe***, das von der Homepage des Autors www.paukert.at heruntergeladen werden kann. Deswegen sind Texte und Grafiken teilweise nicht von höchster Qualität.

Der Umfang des Rechtecks

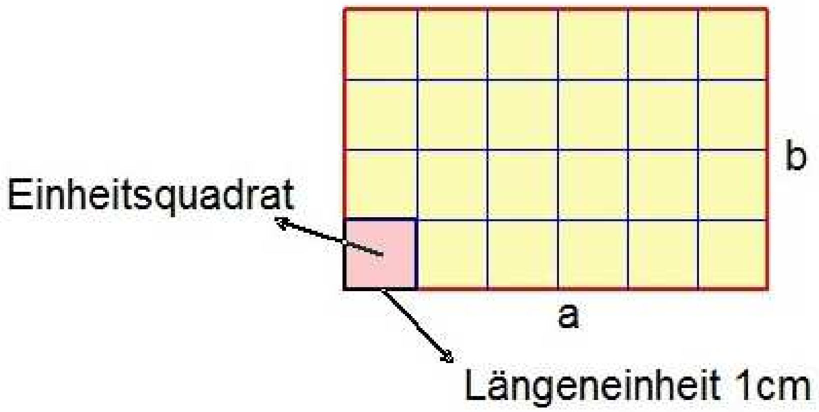
Umfang und Fläche des Rechtecks



Ein Rechteck hat vier Eckpunkte und auch vier Seiten.
In einem Rechteck stehen benachbarte Seiten aufeinander lotrecht und gegenüber liegende Seiten sind gleich lang.
Ein Rechteck ist immer durch zwei Seiten gegeben, die man a und b nennt. Für den Umfang U gilt: $U = 2*a + 2*b$.

Die Fläche des Rechtecks

Fläche A (area) eines Rechtecks mit den Seitenlängen a und b.
(In unserem Beispiel ist a = 6 cm und b = 4 cm).
Zuerst muss eine gemeinsame Maßeinheit (... dm, cm, mm ...) für die beiden Seitenlängen bestimmt werden. Bei uns ist das 1 cm.
Das Einheitsquadrat mit der Seite 1 cm ist die Maßeinheit für die Fläche. Dafür schreibt man dann 1 cm² (ein Quadrat-Zentimeter).

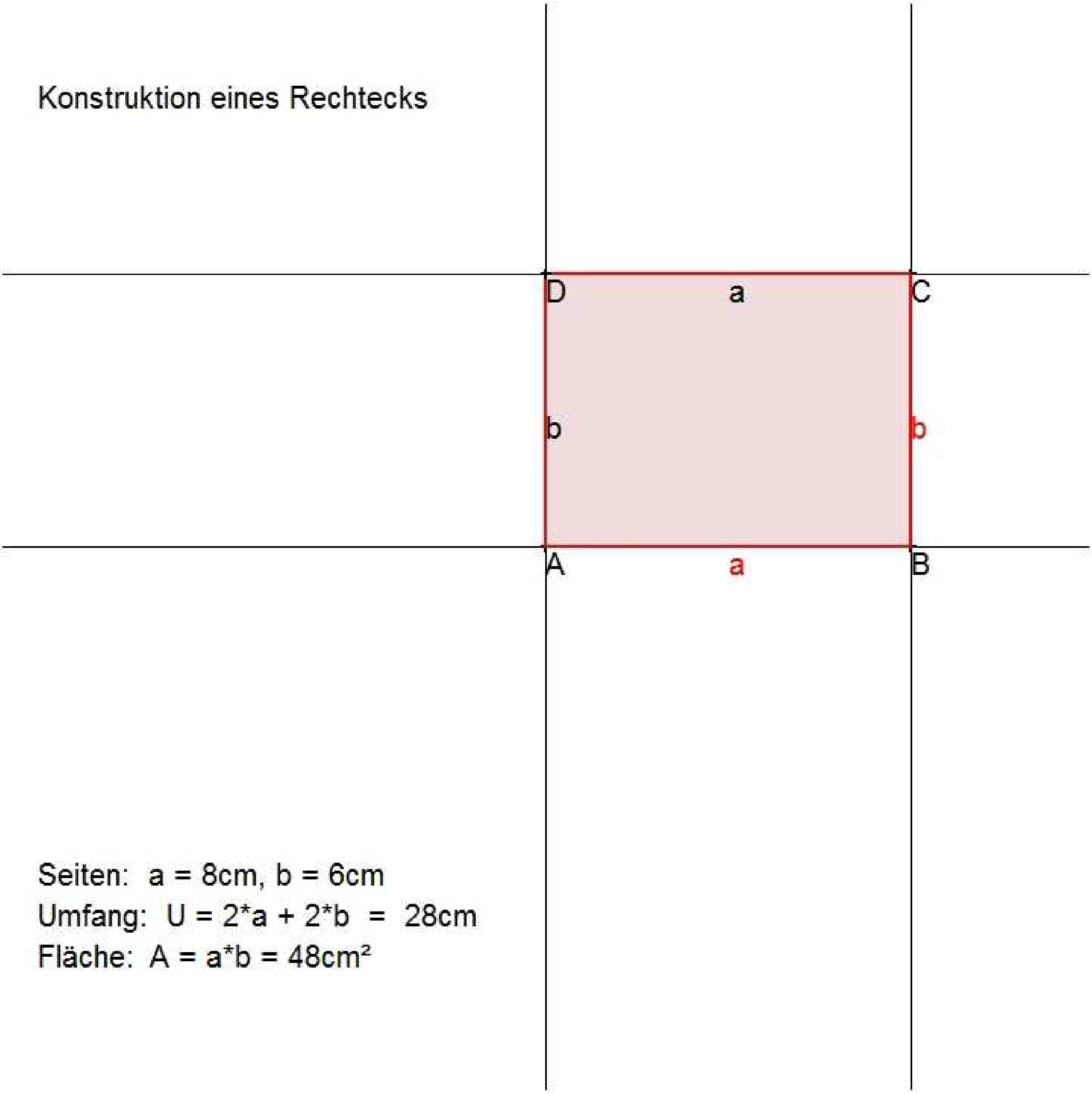


Frage: Wie oft ist das Einheitsquadrat im Rechteck enthalten ?

Das Einheitsquadrat mit der Seite 1 cm wird im linken unteren Eck des Rechtecks gezeichnet. In der untersten Reihe liegen genau 6 Einheitsquadrate. Das ganze Rechteck besteht aus 4 Reihen. Daher sind in dem Rechteck 6 * 4 Einheitsquadrate enthalten.
In unserem Beispiel hat das Rechteck somit eine Fläche von 24 cm².

Für die Fläche des Rechtecks gilt allgemein die Formel: A = a * b

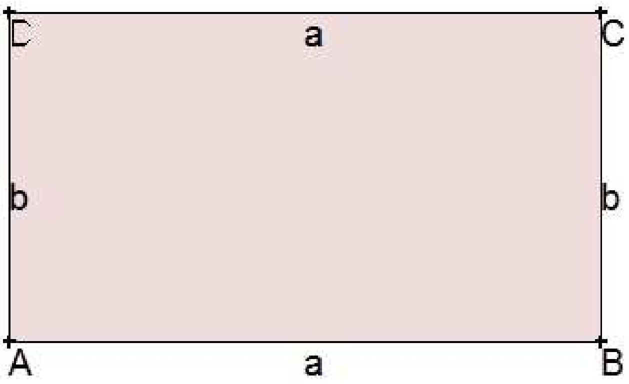
Hinweis: Die Fläche wird mit A oder auch mit F bezeichnet.



(1) Seite AB = a zeichnen
(2) Ein Lot im Punkt A auf Seite a auftragen und Seite AD zeichnen
(3) Ein Lot im Punkt B auf Seite a auftragen und Seite BC zeichnen
(4) Die beiden Punkte C und D verbinden

Der Zufall erzeugt Rechtecke

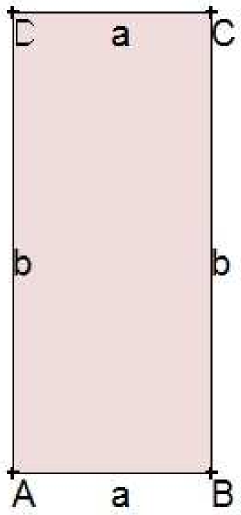
Gegeben: a = 9, b = 5
Gesucht : Umfang U, Fläche A



Umfang U = 2*a + 2*b = 28 cm
Fläche A = a * b = 45 cm²

Der Zufall erzeugt Rechtecke

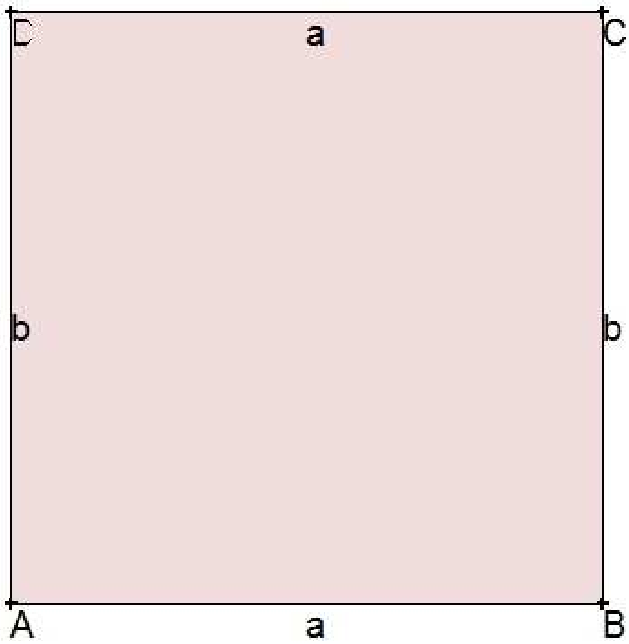
Gegeben: a = 3, b = 7
Gesucht : Umfang U, Fläche A



Umfang U = 2*a + 2*b = 20 cm
Fläche A = a * b = 21 cm²

Der Zufall erzeugt Rechtecke

Gegeben: $a = 9$, $b = 9$
Gesucht : Umfang U, Fläche A

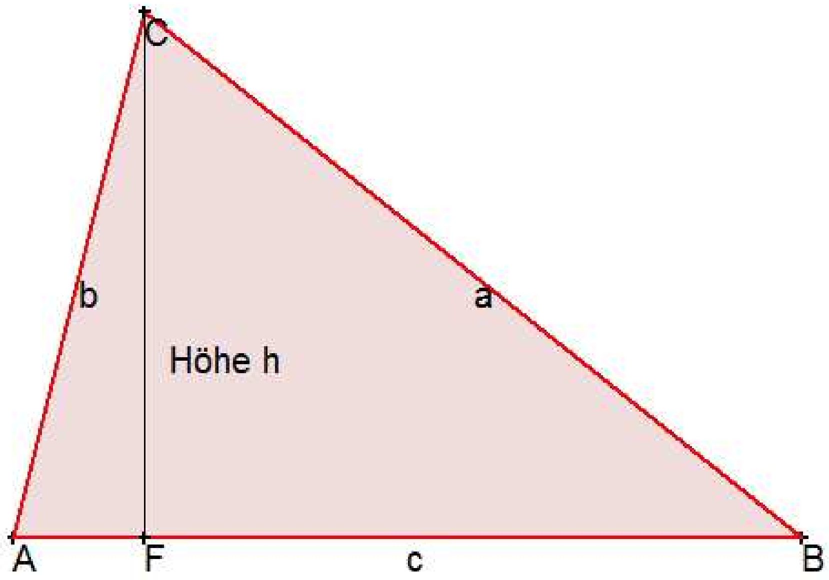


Umfang $U = 2*a + 2*b = 36$ cm
Fläche $A = a * b = 81$ cm²

Der Umfang des Dreiecks

Umfang und Fläche des Dreiecks

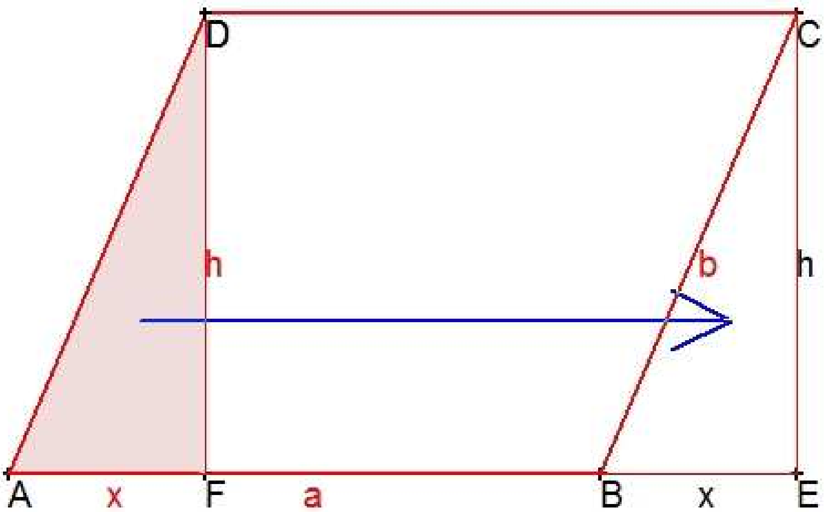
Ein Dreieck besitzt drei verschiedene Eckpunkte A, B und C.
Die Verbindungsstrecken der Ecken heißen Seiten a, b und c.
Eine Seite liegt immer dem gleichnamigen Eckpunkt gegenüber.



Aus der Zeichnung ist ersichtlich, dass die Summe von zwei Dreiecksseiten immer größer als die dritte Seite sein muss.
Zählt man die drei Seiten zusammen, erhält man den Umfang U.
Eine Höhenlinie im Dreieck ist eine Gerade, die durch einen Eckpunkt geht und senkrecht auf die gegenüberliegende Seite steht. (Beispielsweise im Lotfußpunkt F mit h = CF).

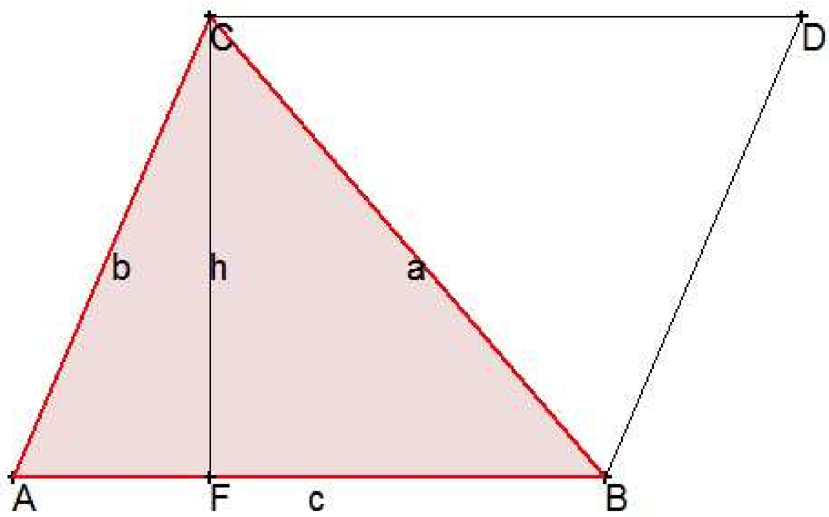
Die Fläche des Dreiecks

Wir wollen nun die Fläche eines Dreiecks berechnen.
Dazu müssen wir zunächst die Fläche eines Parallelogramms ermitteln. Dann erst können wir die Dreiecksfläche bestimmen.

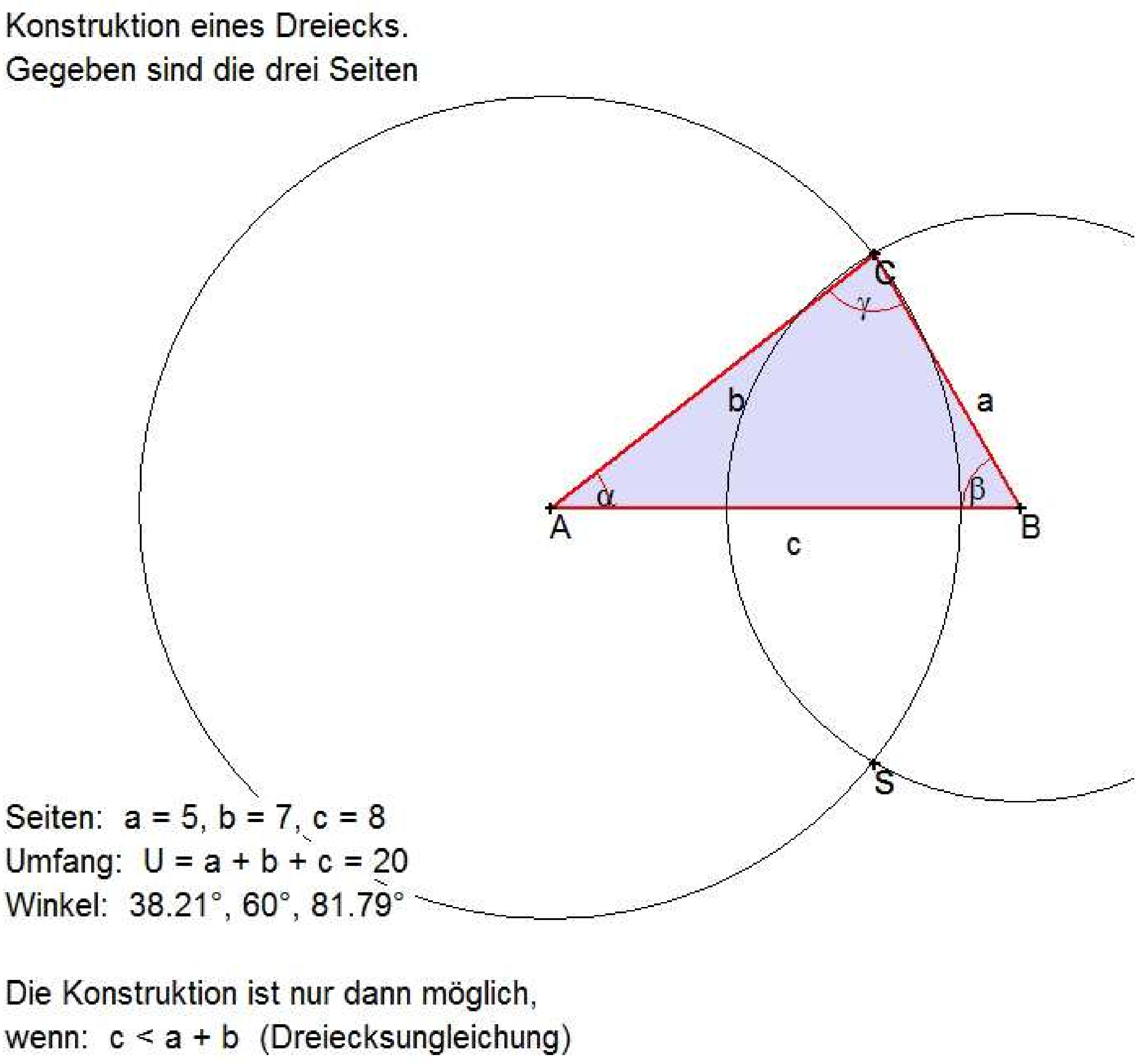


Durch die Höhe h auf die Seite a wird das rechtwinkelige Dreieck AFD gebildet.
Dieses wird nach rechts auf das Dreieck BEC verschoben.
Dadurch entsteht ein Rechteck FECD, das flächengleich zum Parallelogramm ist. Für dessen Fläche gilt daher $A = a * h$.

Die Fläche des Dreiecks

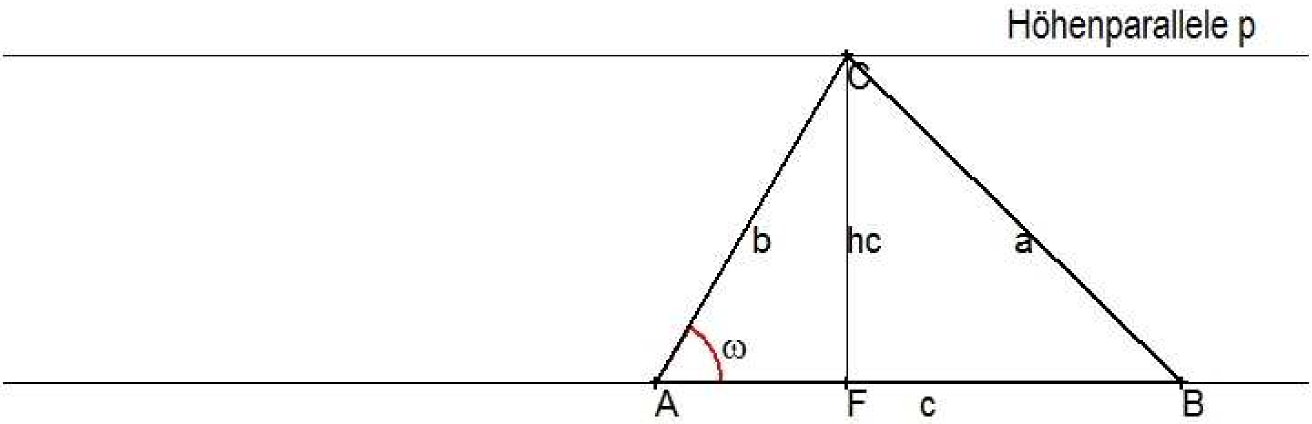


Das Dreieck ABC ist die Hälfte des Parallelogramms ABDC, dessen Diagonale die Dreiecksseite a ist. Daher gilt für die Fläche des Dreiecks die Formel: A = (c * h) / 2.



(1) Seite AB = c zeichnen.
(2) Kreis mit Mittelpunkt A und Radius b zeichnen.
(3) Kreis mit Mittelpunkt B und Radius a zeichnen.
(4) Die beiden Kreise schneiden. Ihr Schnittpunkt ist der Eckpunkt C.
(5) Das Dreieck ABC zeichnen.

Konstruktion eines Dreiecks.
Gegeben sind Seite c und
Höhe hc und Winkel w(BAC)

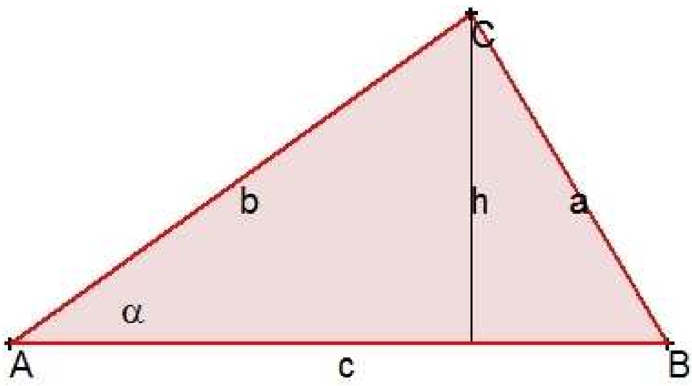


Seite c = 8
Höhe hc = 5
Winkel w = w(BAC) = 60°
Seiten: a = 7.15, b = 5.77

(1) Seite AB = c zeichnen.
(2) Höhenparallele p im Abstand von h_c zur Seite c zeichnen.
(3) Winkel w = w(BAC) im Eckpunkt A zeichnen.
(4) Den Winkelschenkel b mit der Höhenparallele p schneiden.
Das liefert den dritten Eckpunkt C des Dreiecks.
(5) Das Dreieck ABC zeichnen.

Der Zufall erzeugt Dreiecke

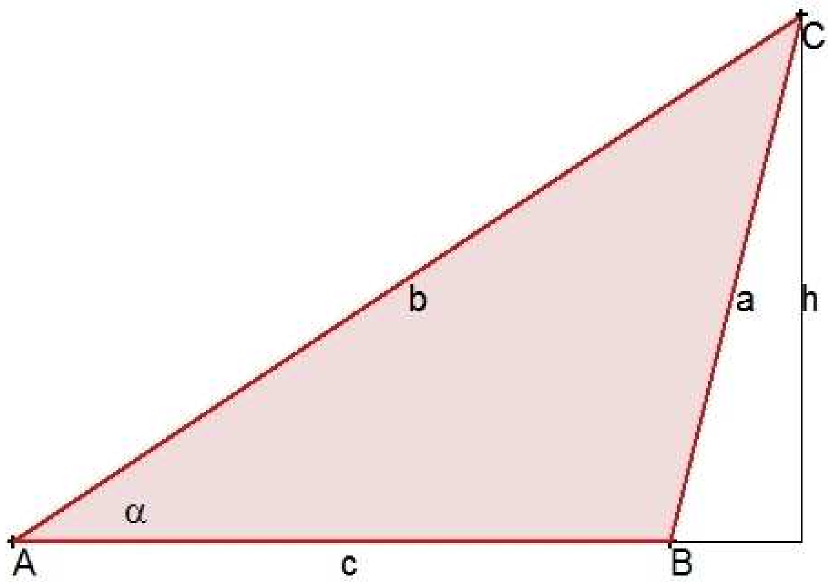
Gegeben: $c = 10$, $h = 5$, Winkel $\alpha = 36°$
Gesucht : Fläche A



Fläche $A = c * h / 2 = 25$ cm²

Der Zufall erzeugt Dreiecke

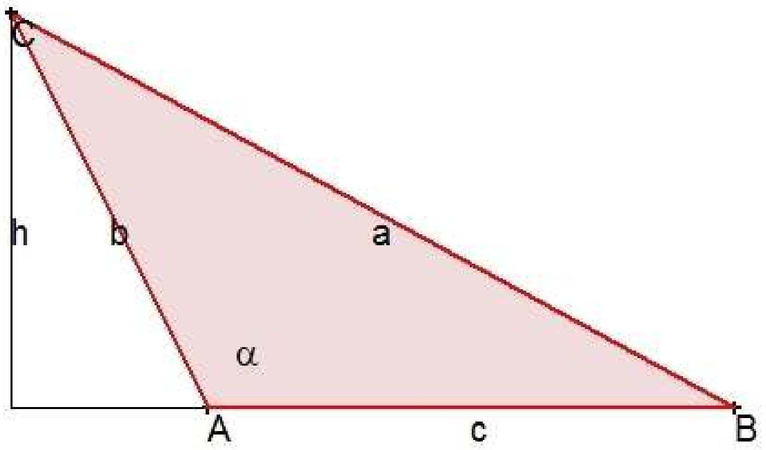
Gegeben: c = 10, h = 8, Winkel $\alpha = 32°$
Gesucht : Fläche A



Fläche A = c * h / 2 = 40 cm²

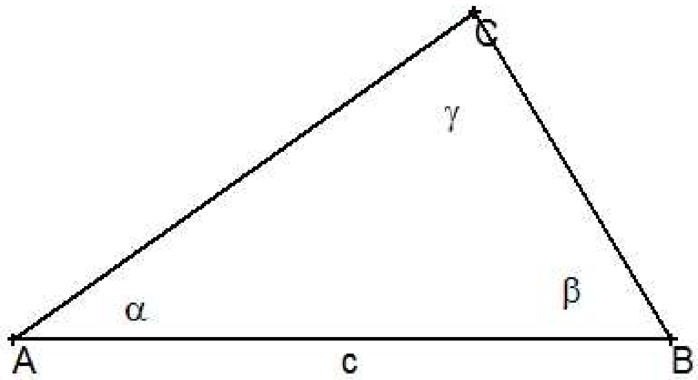
Der Zufall erzeugt Dreiecke

Gegeben: c = 8, h = 6, Winkel $\alpha = 117°$
Gesucht : Fläche A



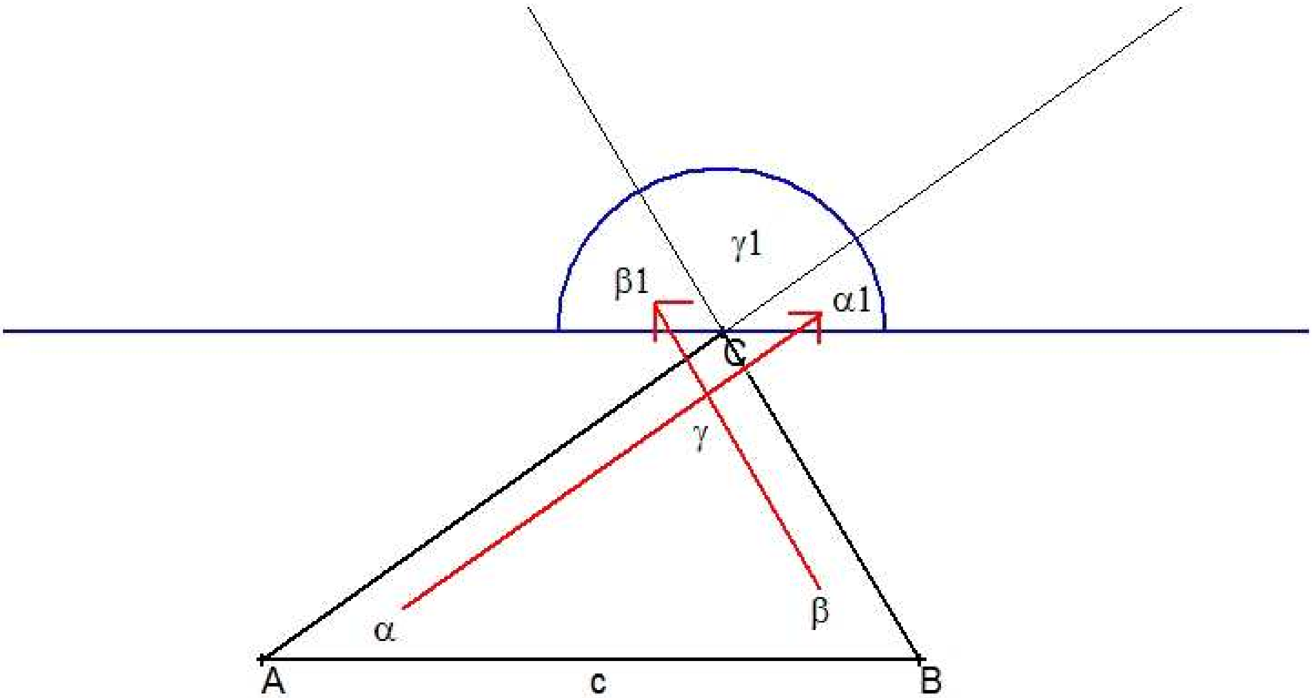
Fläche A = c * h / 2 = 24 cm²

Die Winkelsumme im Dreieck



Im Folgenden wird bewiesen, dass in jedem Dreieck ABC die Summe der drei Winkel immer genau 180° ergibt.

$$\alpha + \beta + \gamma = 180°$$



(1) Eine parallele Gerade zur Seite c im Eckpunkt C zeichnen.
(2) Den Winkel bei A entlang der Seite AC verschieben.
(3) Den Winkel bei B entlang der Seite BC verschieben.

$\alpha 1 + \beta 1 + \gamma 1 = 180°.$
$\alpha = \alpha 1, \beta = \beta 1, \gamma = \gamma 1.$
$\alpha + \beta + \gamma = 180°.$

(4) Die drei Winkel zusammen ergeben daher genau 180°.